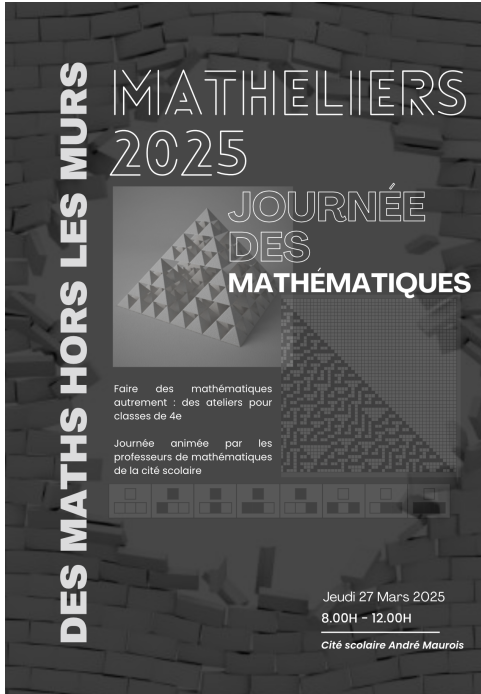


JOURNÉE DES MATHÉMATIQUES

Le jeu de la vie

Nicolas ERDRICH

Jeudi 27 mars 2025



- 1 Le jeu de la vie (1970)
- 2 Rappel de SVT : la cellule, unité biologique
- 3 n -organismes
- 4 Cellules d'un n -organisme
- 5 Médiagraphie



... une illustration



John Von Neumann, logicien et mathématicien (1903-1957)

Les automates cellulaires ont été inventés par John Von Neumann en 1947.

Il s'agit de tableaux composés de cases qui peuvent être dans des états différents.



John Horton Conway, mathématicien (1937-2020)

Un automate cellulaire simplifié, appelé « Le jeu de la vie » est inventé par John Horton Conway en 1970. C'est celui-ci que nous allons présenter.

Disciplines concernées :

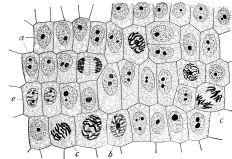
- biologie (propagation d'une épidémie) ;
- physique (propagation d'un gaz) ;
- mathématiques (algorithmique) ;
- informatique.



Rappel de SVT : la cellule, unité biologique

Définition

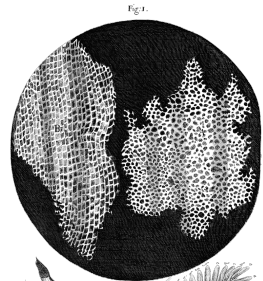
On appelle « cellule » le plus petit être vivant.



Schem. XI

Propriété

Tout organisme vivant est composé de cellules qui naissent, vivent et meurent.



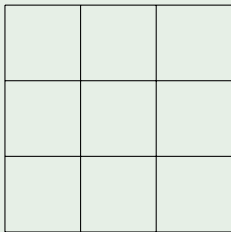
NICOLAS
ERDRICH

Un organisme simplifié

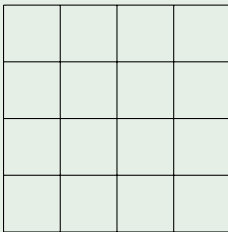
Définition

On appelle « n-organisme » une grille de $n \times n$ cases.

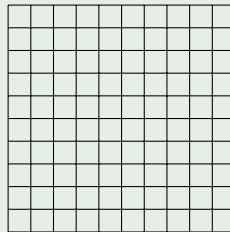
Exemple (s)



3-organisme



4-organisme



10-organisme



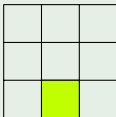
Cellules d'un n -organisme

Définition

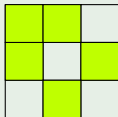
On appelle « cellules » les cases de la grille. Elles sont :

- mortes (cases blanches) ou
- vivantes (cases vertes)

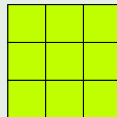
Exemple (s)



3-organisme
à 1 cellule vivante



3-organisme
à 5 cellules vivantes



3-organisme
à 9 cellules vivantes

Définition

On dira plus simplement « cellule » pour parler d'une cellule vivante.

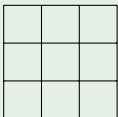
n -organismes vivants et n -organismes morts

Définition

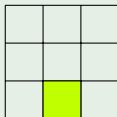
On dit qu'un n -organisme est :

- « vivant » s'il possède *au moins* une cellule ;
- sinon, on dit qu'il est « mort ».

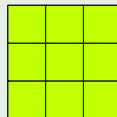
Exemple (s)



3-organisme mort



3-organisme vivant



3-organisme vivant

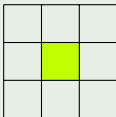


Voisines d'une cellule

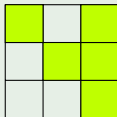
Voisines

Une cellule admet entre 3 et 8 voisines par les côtés et par les sommets.

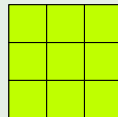
Exemple (s)



L'unique cellule de cet organisme n'a aucune voisine



La cellule en bas à droite a deux voisines.



La cellule du centre a 8 voisines.



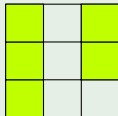
Vie et mort d'une cellule d'un n -organisme

Définition

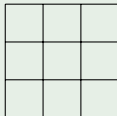
L'existence d'une cellule à un certain âge suit deux règles :

- Si une case vide est voisine d'exactly 3 cellules, une cellule y naîtra un an après.
- Si une cellule est voisine d'exactly 2 ou 3 cellules, elle survivra un an après, sinon elle mourra.

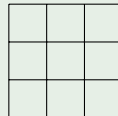
Exemple (s)



0 an (Naissance)



1 an

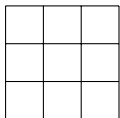


2 an

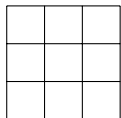


Exercice 2 - Questions 2 et 3

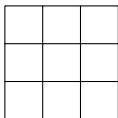
2) Quel est le nombre minimum de cellules qu'un 3-organisme doit nécessairement posséder à sa naissance (0 an) pour avoir une chance de survivre 1 an ?



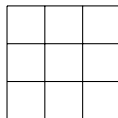
0 an



1 an

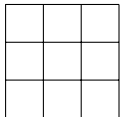


2 ans

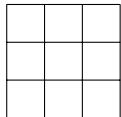


3 ans

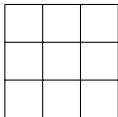
3) Déterminer un 3-organisme composé de 4 cellules à sa naissance et qui est mort à 1 an.



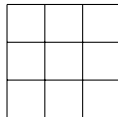
0 an



1 an



2 ans

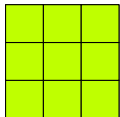


3 ans

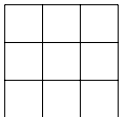


Exercice 2 - Questions 4 et 5

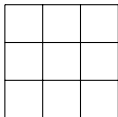
4) Un 3-organisme composé de 9 cellules à sa naissance existe-t-il encore à 2 ans ?



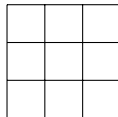
0 an



1 an

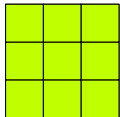


2 ans

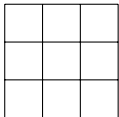


3 ans

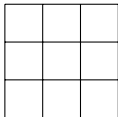
4) Un 3-organisme composé de 8 cellules à sa naissance existe-t-il encore à 2 ans ?



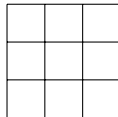
0 an



1 an



2 ans

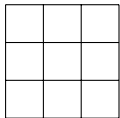


3 ans

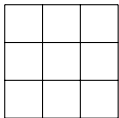


Exercice 2 - Questions 6

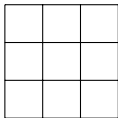
6) Déterminer un 3-organisme éternel.



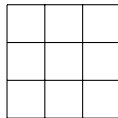
0 an



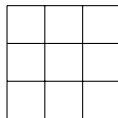
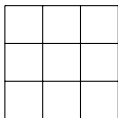
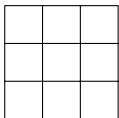
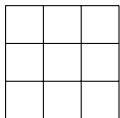
1 an



2 ans

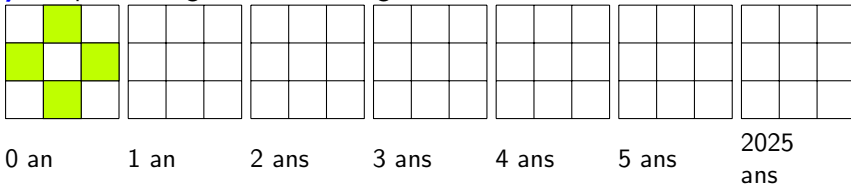


3 ans

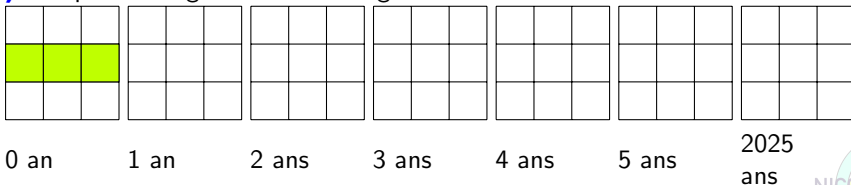


EXERCICE 3 - Questions 1 et 2

1) Compléter la ligne de vie de l'organisme suivant :

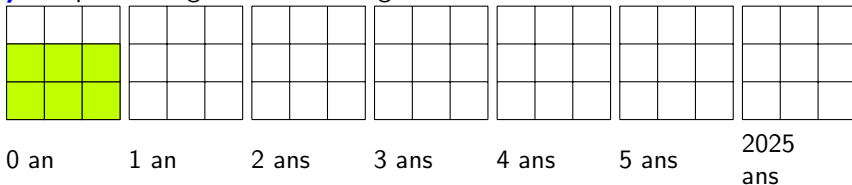


2) Compléter la ligne de vie de l'organisme suivant :

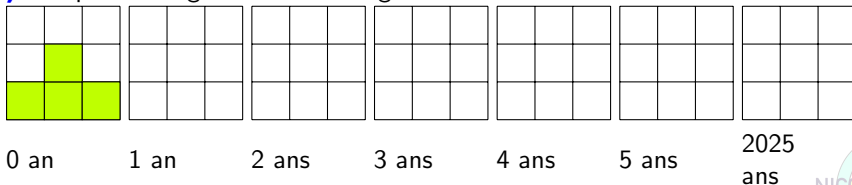


EXERCICE 3 - Questions 3 et 4

3) Compléter la ligne de vie de l'organisme suivant :



4) Compléter la ligne de vie de l'organisme suivant :

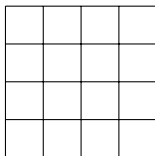
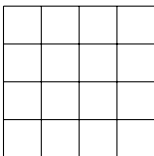
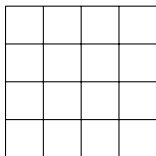
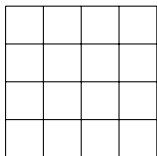
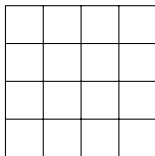
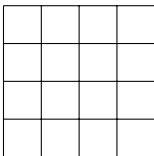
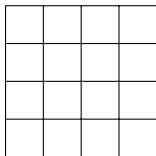
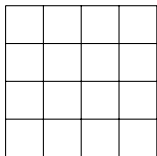


Un outil de simulations



EXERCICE 5

4-organismes immortels :



- Math.PC : <http://math.pc.vh.free.fr/divers/life/regles.htm>
- Application Golly : <https://golly.sourceforge.io>
- Arte, Voyages au pays des maths, Le jeu de la vie, <https://www.arte.tv/fr/videos/097454-008-A/voyages-au-pays-des-maths/>
- Ego, *Le Jeu de la Vie*, Vidéo :
<https://youtu.be/eMn43As24Bo?feature=shared&t=170>, YouTube

