



CHAPITRE 11 :

ÉQUATIONS

I VOCABULAIRE

DÉFINITION On appelle *équation* une relation d'égalité entre une (ou plusieurs) inconnue(s) et des valeurs numériques.

EXEMPLE

- 1) $2x + 3 = 5$ est une équation dont l'inconnue est notée x , lettre qui représente un nombre relatif inconnu que l'on recherche.

On dit que $2x + 3$ est le *membre de gauche* de l'égalité et que 5 est le *membre de droite* de l'égalité.

- 2) $-5x - 3 = 2x + 1$ est une équation dont l'inconnue est notée x .

Remarquons que dans cette équation, l'inconnue est présente à la fois dans le membre de droite et dans le membre de gauche de l'égalité.

REMARQUES

- Dans une équation, l'inconnue est représentée par une lettre.
- Une même lettre représente toujours un même nombre.
- Des lettres différentes peuvent représenter ou non un même nombre.

DÉFINITION

- *Résoudre une équation*, c'est trouver toutes les valeurs qui vérifient l'égalité.
- Ces valeurs s'appellent les *solutions* de l'équation.

EXEMPLES

- 1) l'équation $2x + 3 = 5$ a une seule solution, à savoir $x = 1$.
- 2) l'équation $0x = 3$ n'a aucune solution.
- 3) l'équation $3x - 2x = x$ a une infinité de solutions.

II RÉSOUDRE UNE ÉQUATION

PROPRIÉTÉ Pour a , b et c trois nombres relatifs quelconques, on a :

- 1) si $a = b$ alors $a + c = b + c$
- 2) si $a = b$ alors $a - c = b - c$
- 3) si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$
- 4) si $a = b$ et $c \neq 0$ alors $a \div c = b \div c$

REMARQUE

Pour résoudre une équation, on utilise les 4 propriétés précédentes afin d'isoler l'inconnue d'un côté de l'égalité. Dans la pratique, on procède comme indiqué sur les exemples suivants :

EXEMPLES

$$\begin{array}{l}
 3x + 2 = 6x \\
 -3x \quad \quad \quad -3x \\
 \hline
 6x = 3x + 2 \\
 -3x \quad \quad \quad -3x \\
 \hline
 3x = 2 \\
 \div 3 \quad \quad \quad \div 3 \\
 \hline
 x = \frac{2}{3}
 \end{array}$$

Vérification : pour $x = \frac{2}{3}$ on a,

$$3x + 2 = 3 \times \frac{2}{3} + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$6x = 6 \times \frac{2}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

Conclusion :

La solution de l'équation est $x = \frac{2}{3}$.

$$\begin{array}{l}
 8x + 5 = 5x + 3 \\
 -5x \quad \quad \quad -5x \\
 \hline
 3x + 5 = 3 \\
 -5 \quad \quad \quad -5 \\
 \hline
 3x = -2 \\
 \div 3 \quad \quad \quad \div 3 \\
 \hline
 x = \frac{-2}{3}
 \end{array}$$

Vérification : pour $x = \frac{-2}{3}$ on a,

$$8x + 5 = 8 \times \frac{-2}{3} + 5 = \frac{-16}{3} + \frac{15}{3} = \frac{-1}{3}$$

$$5x + 3 = 5 \times \frac{-2}{3} + 3 = \frac{-10}{3} + \frac{9}{3} = \frac{-1}{3}$$

Conclusion :

La solution de l'équation est $x = \frac{-2}{3}$.

$$\begin{array}{l}
 2(x - 3) = -3x \\
 +3x \quad \quad \quad +3x \\
 \hline
 2x - 6 = -3x \\
 +6 \quad \quad \quad +6 \\
 \hline
 5x - 6 = 0 \\
 \div 5 \quad \quad \quad \div 5 \\
 \hline
 5x = 6 \\
 x = \frac{6}{5} = 1,2
 \end{array}$$

Vérification : pour $x = 1,2$ on a,

$$2(x - 3) = 2 \times (1,2 - 3)$$

$$= 2 \times -1,8 = -3,6$$

$$-3x = -3 \times 1,2 = -3,6$$

Conclusion :

La solution de l'équation est $x = 1,2$.

III RÉSOUDRE UN PROBLÈME

REMARQUE

Pour résoudre un problème, on suit le plan suivant :

- 1) On détermine quelles sont les inconnues qui font l'enjeu de la question.
- 2) On choisit pour chaque inconnue une lettre qui la représente.
- 3) On met le problème en équation.
- 4) On résout cette équation.
- 5) On vérifie la valeur obtenue en la remplaçant dans l'équation de départ.
- 6) On conclut par une phrase de français.

EXEMPLE

Pour financer une sortie scolaire, des collégiens vendent des gâteaux au chocolat à 0,50 € la part, et des gâteaux à l'orange à 0,40 € la part. Ils ont réussi à vendre 50 gâteaux, en encaissant 23 €. Combien de gâteaux au chocolat ont été vendus ?

- 1) L'inconnue est la quantité de gâteaux au chocolat.
- 2) On notera c cette inconnue (pour « chocolat »).
- 3) Pour la mise en équation, on peut utiliser un tableau.

	Gâteaux au chocolat	Gâteaux à l'orange	Total
Quantité de gâteaux vendus	c	$50 - c$	50
Prix unitaire du gâteau	0,50 €	0,40 €	
Montant de la recette	$0,50c$	$0,40 \times (50 - c)$	23,00 €

L'équation est par conséquent $0,50c + 0,40 \times (50 - c) = 23$

- 4) Résolution de l'équation :

$$0,50c + 0,40 \times (50 - c) = 23 \text{ donc } 0,50c + 20 - 0,40c = 23 \text{ donc } 0,10c + 20 = 23 \text{ donc } 0,10c = 3 \text{ donc } c = 30$$

- 5) Vérification de la solution : $0,50 \times 30 + 0,40 \times (50 - 30) = 23$.
- 6) Conclusion : les collégiens ont vendu 30 gâteaux au chocolat.