



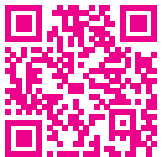
# CHAPITRE 5 :

## EFFETS DES AGRANDISSEMENTS ET DES RÉDUCTIONS SUR LES AIRES ET VOLUMES

### I AGRANDISSEMENTS ET RÉDUCTIONS

**DÉFINITION** Multiplier toutes les longueurs d'une figure par un nombre  $k$  strictement positif correspond respectivement :

- si  $k > 1$ , à un agrandissement de rapport  $k$  de cette figure,
- si  $k < 1$ , à une réduction de rapport  $k$  de cette figure.



#### REMARQUE

- Les longueurs d'une figure obtenue par agrandissement/réduction sont proportionnelles aux longueurs de la figure de départ.
- Le coefficient de proportionnalité est le rapport d'agrandissement/réduction. Pour trouver ce rapport on peut diviser une des longueurs de la figure d'arrivée par la longueur correspondante de la figure de départ.

**PROPRIÉTÉ** Si les longueurs d'une figure sont toutes multipliées par un nombre  $k$  strictement positif, alors l'aire de cette figure est multipliée par  $k^2$ .

**EXEMPLE** Sur la figure ci-contre,

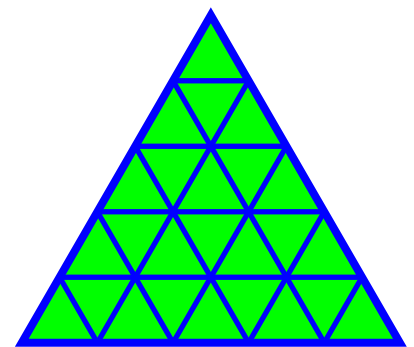
- Les longueurs du grand triangle sont 5 fois plus grandes que celles du petit triangle.
- En revanche, l'aire du grand triangle représente 25 fois l'aire du petit triangle.
- Les longueurs du petit triangle représentent  $\frac{1}{5} = 0,2$  de celles du grand triangle.
- En revanche, l'aire du petit triangle représente  $\frac{1}{25}$  de l'aire du grand triangle.



Agrandissement  
de rapport 5



Réduction de  
rapport  $\frac{1}{5} = 0,2$



**PROPRIÉTÉ** Si les longueurs d'un solide sont toutes multipliées par un nombre  $k$  strictement positif, alors le volume de ce solide est multiplié par  $k^3$ .

**EXEMPLE** Sur la figure ci-contre,

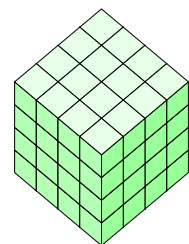
- Le grand cube est, en longueur, 4 fois plus grand que le petit.
- En revanche, le volume du grand cube est 64 fois plus grand que celui du petit de départ.
- Une arête du petit cube a pour longueur  $\frac{1}{4}$  de la longueur d'une arête du grand cube.
- En revanche, le volume du petit cube vaut  $\frac{1}{64}$  du volume du grand cube.



Agrandissement  
rapport 4



Réduction de  
rapport  $\frac{1}{4} = 0,25$



# II FORMULAIRE LONGUEURS, AIRES ET VOLUMES

## 1 PÉRIMÈTRE

**PROPRIÉTÉ** Unités de longueurs :  $1 \text{ m} = 0,1 \text{ dam} = 0,01 \text{ hm} = 0,001 \text{ km} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$

- PROPRIÉTÉ**
- Le périmètre d'une figure est la longueur totale de son contour.
  - La circonférence (périmètre) d'un cercle est donnée par la formule :  $\text{Circonférence} = \pi \times \text{diamètre}$

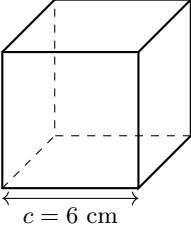
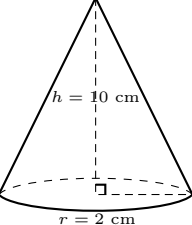
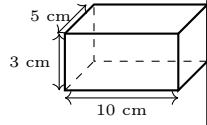
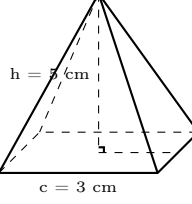
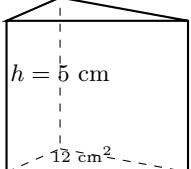
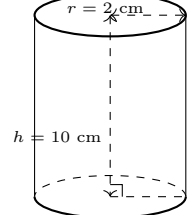
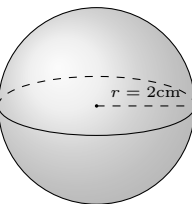
## 2 AIRES

**PROPRIÉTÉ** Unités d'aires :  $1 \text{ m}^2 = 0,01 \text{ dam}^2 = 0,0001 \text{ hm}^2 = 0,000\,001 \text{ km}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$

- PROPRIÉTÉ**
- L'aire d'une figure est la mesure de sa surface.
  - L'aire d'un rectangle est donnée par la formule :  $\text{Aire}_{\text{rectangle}} = \text{Longueur} \times \text{largeur}$
  - L'aire d'un triangle est donnée par la formule :  $\text{Aire}_{\text{triangle}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$
  - L'aire d'un disque est donnée par la formule :  $\text{Aire}_{\text{disque}} = \pi \times \text{rayon}^2$
  - L'aire d'une sphère est donnée par la formule :  $\text{Aire}_{\text{sphère}} = 4\pi \times \text{rayon}^2$

## 3 VOLUMES

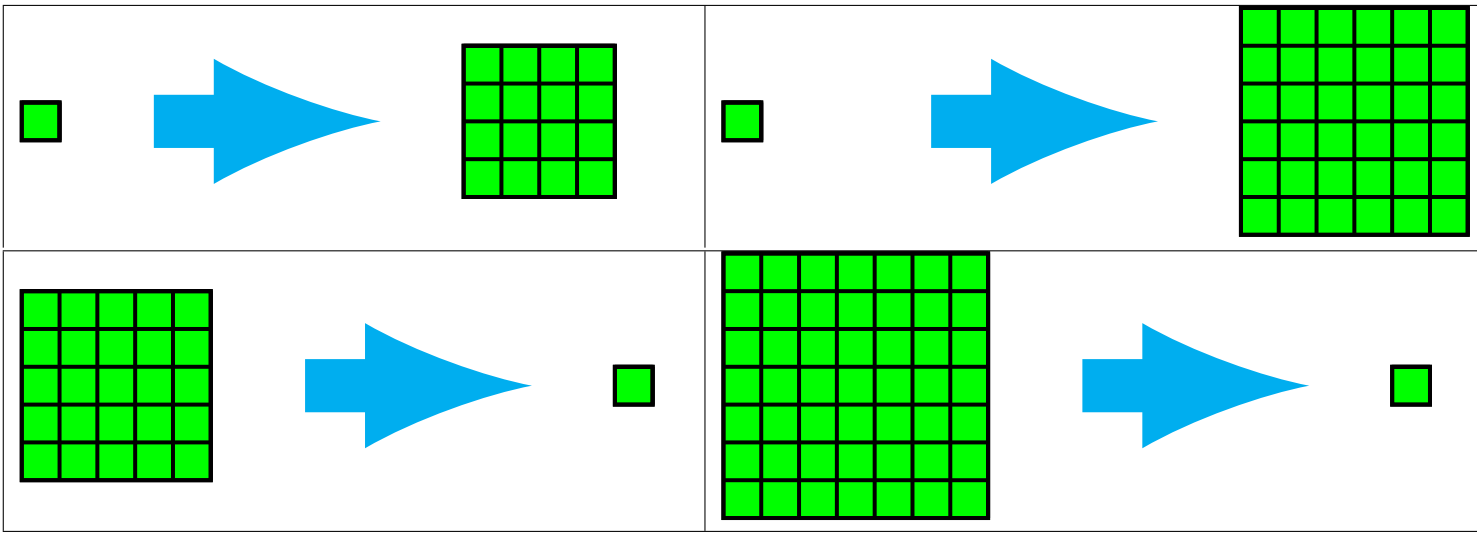
- PROPRIÉTÉ**
- $1 \text{ m}^3 = 0,001 \text{ dam}^3 = 0,000\,001 \text{ hm}^3 = 0,000\,000\,001 \text{ km}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$
  - $1 \text{ l(litre)} = 1 \text{ dm}^3$

Volume = Aire de la base × Hauteur			Aire de la base × Hauteur 3		
Solide	Formule	Réprésentation	Solide	Formule	Réprésentation
Cube	Volume = Aire de la base × Hauteur = côté × côté × côté = $c^3$ = $(6 \text{ cm})^3$ = $6^3 \text{ cm}^3$ = $216 \text{ cm}^3$		Cône	$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$ $= \frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$ $= \frac{\pi \times (2 \text{ cm})^2 \times 10 \text{ cm}}{3}$ $= \frac{\pi \times 4 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm}}{3}$ $= \frac{40 \times \pi}{3} \text{ cm}^3 = \frac{40\pi}{3} \text{ cm}^3$ $= \frac{40}{3} \pi \text{ cm}^3$ $\approx 42 \text{ cm}^3 \text{ à } 1 \text{ cm}^3 \text{ près}$	
Pavé droit	Volume = Aire de la base × Hauteur = longueur × largeur × hauteur = $10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ = $150 \text{ cm}^3$		Pyramide	$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$ $= \frac{9 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}}{3}$ $= \frac{45}{3} \text{ cm}^3$ $= 15 \text{ cm}^3$	
Prisme	Volume = Aire de la base × Hauteur = $\text{Aire}_{\text{triangle}} \times \text{Hauteur}$ = $12 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}$ = $60 \text{ cm}^3$		Sphères : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$		
Cylindre	Volume = = Aire de la base × Hauteur = $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$ = $\pi \times (2 \text{ cm})^2 \times 10 \text{ cm}$ = $\pi \times 4 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm}$ = $40\pi \text{ cm}^3$ $\approx 126 \text{ cm}^3 \text{ à } 1 \text{ cm}^3 \text{ près.}$		Sphère	$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$ $= \frac{4}{3} \times \pi \times (2 \text{ cm})^3$ $= \frac{4}{3} \times \pi \times 8 \text{ cm}^3$ $= \frac{32}{3} \times \pi \text{ cm}^3 = \frac{32\pi}{3} \text{ cm}^3$ $\approx 34 \text{ cm}^3 \text{ à } 1 \text{ cm}^3 \text{ près.}$	

## I EFFET DES AGRANDISSEMENTS/RÉDUCTIONS SUR LES AIRES

**01** Pour chacune des figures ci-dessous, répondre aux deux questions suivantes :

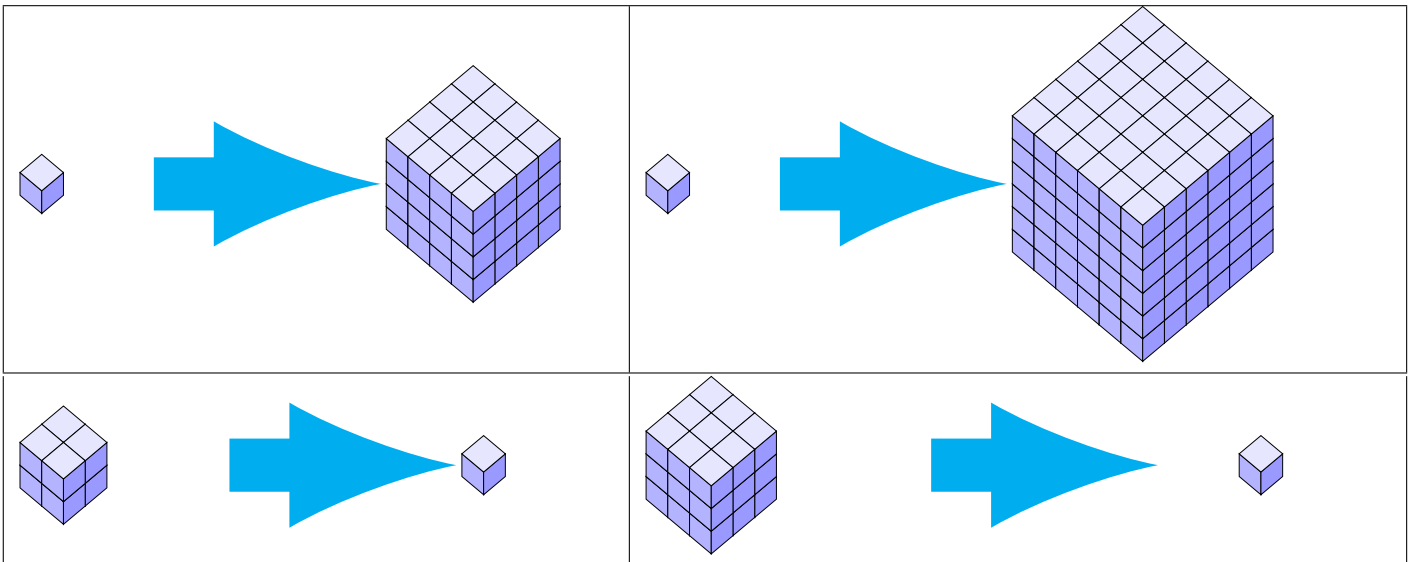
- 1) Par combien sont multipliées les longueurs lorsqu'on passe d'une figure à l'autre en suivant la flèche ?
- 2) Par combien sont multipliées les aires lorsqu'on passe d'une figure à l'autre en suivant la flèche ?



## II EFFET DES AGRANDISSEMENTS/RÉDUCTIONS SUR LES VOLUMES

**02** Pour chacune des figures ci-dessous, répondre aux trois questions suivantes :

- 1) Par combien sont multipliées les longueurs lorsqu'on passe d'une figure à l'autre en suivant la flèche ?
- 2) Par combien sont multipliées les aires lorsqu'on passe d'une figure à l'autre en suivant la flèche ?
- 3) Par combien sont multipliés les volumes lorsqu'on passe d'une figure à l'autre en suivant la flèche ?



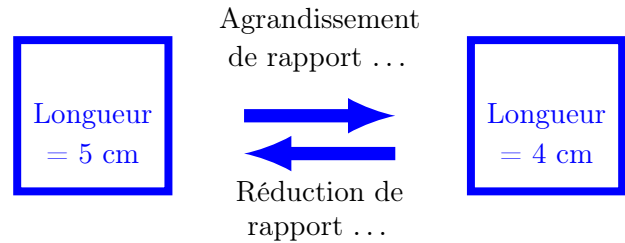
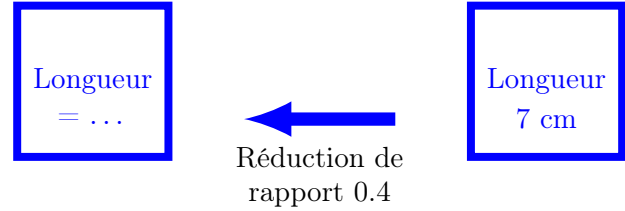
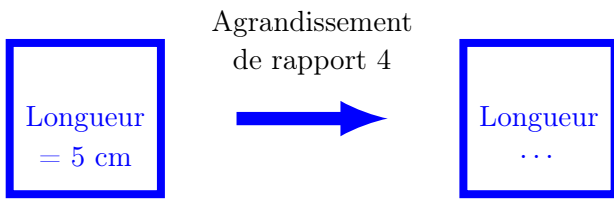
## III GÉNÉRALISATION

**03** Compléter les phrases suivantes :

- 1) Lorsqu'on multiplie toutes les longueurs d'une figure par un nombre  $k$ , son aire est multipliée par ...
- 2) Lorsqu'on multiplie toutes les longueurs d'une figure par un nombre  $k$ , son volume est multiplié par ...

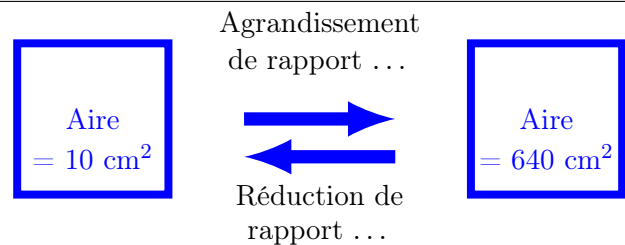
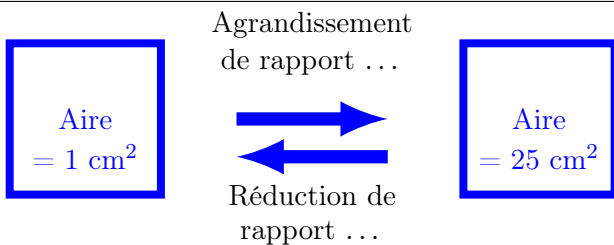
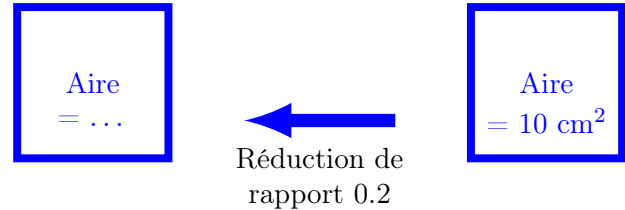
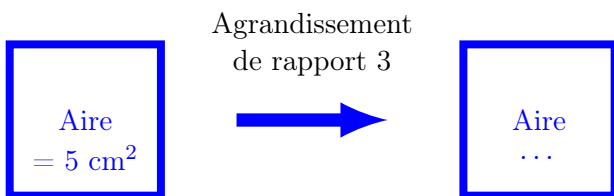
## IV DÉTERMINER DES LONGUEURS ET DES RAPPORTS

04 Compléter les quatre schémas suivants :



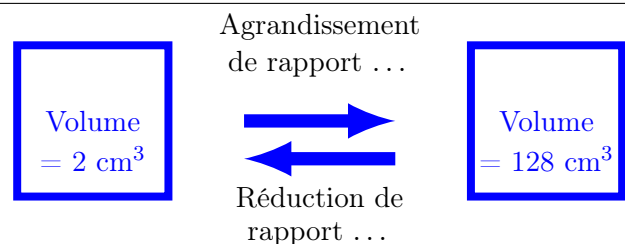
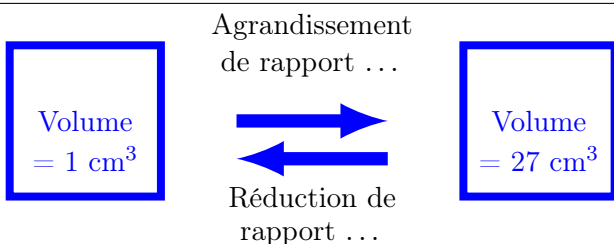
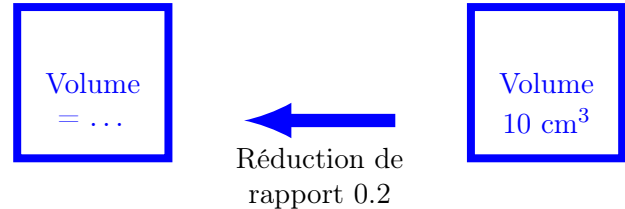
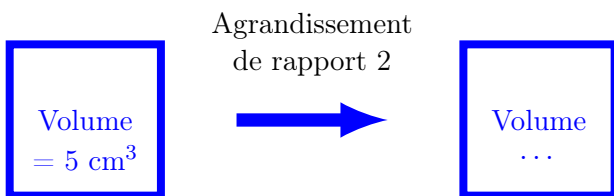
## V DÉTERMINER DES AIRES ET DES RAPPORTS

05 Compléter les quatre schémas suivants :



## VI DÉTERMINER DES VOLUMES ET DES RAPPORTS

06 Compléter les quatre schémas suivants :



## VII QCM

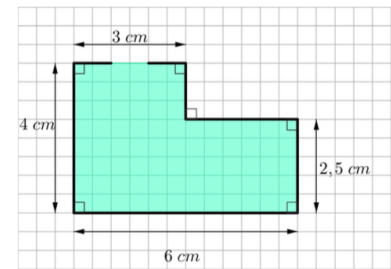
07 Compléter le QCM suivant en cochant la (les) bonne(s) réponse(s).

1	Les dimensions d'une affiche ont été multipliées par 2. L'affiche agrandie coûte combien de fois plus cher que ?	<input type="checkbox"/> 2× plus	<input type="checkbox"/> 4× plus	<input type="checkbox"/> 8× plus
2	On triple les dimensions d'une boîte de céréales. La boîte agrandie peut contenir combien de fois plus de céréales ?	<input type="checkbox"/> 3× plus	<input type="checkbox"/> 9× plus	<input type="checkbox"/> 27× plus
3	On quadruple ( $\times 4$ ) les dimensions d'un carré. Le périmètre du carré agrandi est combien de fois plus grand que celui du carré de départ ?	<input type="checkbox"/> 4× plus	<input type="checkbox"/> 16× plus	<input type="checkbox"/> 64× plus
4	On double les longueurs d'une figure dont l'aire vaut $15 \text{ cm}^2$ . Quelle est l'aire de la figure agrandie ?	<input type="checkbox"/> $15 \text{ cm}^2$	<input type="checkbox"/> $30 \text{ cm}^2$	<input type="checkbox"/> $60 \text{ cm}^2$
5	Un rectangle de 5 m sur 2 m est réduit de rapport 0,1. Quelle est l'aire de la figure obtenue après réduction ?	<input type="checkbox"/> $0,1 \text{ cm}^2$	<input type="checkbox"/> $1 \text{ cm}^2$	<input type="checkbox"/> $10 \text{ cm}^2$
6	Un cube d'arête de 5 cm est agrandi de rapport 3. Quel est le volume du solide obtenu ?	<input type="checkbox"/> $125 \text{ cm}^3$	<input type="checkbox"/> $375 \text{ cm}^3$	<input type="checkbox"/> $3\,375 \text{ cm}^3$
7	Un pavé droit de longueur 6 cm, de largeur 3 cm et de hauteur 4 cm est réduit de rapport 0,2. Quel est le volume du solide obtenu ?	<input type="checkbox"/> $72 \text{ cm}^3$	<input type="checkbox"/> $14,4 \text{ cm}^3$	<input type="checkbox"/> $0,576 \text{ cm}^3$

## VIII RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

### 08 PLAN D'ARCHITECTE

- Un architecte a représenté ci-contre, à l'échelle  $\frac{1}{200}$ , le plan d'un appartement. On souhaite installer de la moquette sur le sol de cette pièce. Calculer la surface de moquette nécessaire.
- Sachant que la hauteur des murs est de 2,8 m, calculer le volume de la pièce réelle.



09 Une maquette à l'échelle  $\frac{1}{20}$  représente un cylindre de révolution dont les dimensions réelles ont pour rayon de base de 3 m et pour hauteur 10 m.

Quel est le volume, au  $\text{cm}^3$  près, de cette maquette ?

10 On appelle cadastre un ensemble de plans qui recense toutes les propriétés immobilières situées dans chaque commune française et qui en consigne leur valeur afin de servir de base de calcul à certains impôts. Sur le plan cadastral d'une commune, un terrain rectangulaire a pour dimensions 4,8 cm sur 2,5 cm. L'échelle du cadastre est  $\frac{1}{500}$ . Quelle est la superficie de ce terrain ?

11 La pyramide de Khéops est une pyramide régulière dont la hauteur est de 138 m et dont la base est un carré de 230 m de côté. On désire en réaliser une maquette en plâtre d'une hauteur de 6,9 cm.

Quel volume approximatif de plâtre doit-on utiliser ?

12 La Tour Eiffel a 300 mètres de hauteur, est entièrement construite en fer et pèse 8 000 tonnes. On veut construire un modèle réduit, dans le même métal et pesant 1 kilogramme. (D'après le concours du Kangourou)

Quelle doit être la hauteur de ce modèle réduit ?



# SÉANCE AP

## I EXERCICES DIFFÉRENCIÉS

### 13 Niveau 1

- 1) Mesurer le volume de la boîte fournie.
- 2) On divise par 2 toutes les longueurs de cette boîte. Construire sur papier un patron de la boîte réduite.
- 3) Mesurer le volume de cette nouvelle boîte.

### 13 Niveau 2

- 1) Mesurer le volume de la boîte fournie.
- 2) Construire une réduction de rapport 0,7 de cette boîte.
- 3) Calculer le volume de cette nouvelle boîte.

### 13 Niveau 3

- 1) Mesurer le volume de la boîte fournie.
- 2) À l'occasion d'une promotion, on souhaite augmenter de 30% le volume de cette boîte en conservant ses proportions. Construire sur le papier fourni le patron de la boîte agrandie.

# SÉANCE AP

## II EXERCICES DIFFÉRENCIÉS

### 13 Niveau 1

- 1) Mesurer le volume de la boîte fournie.
- 2) On divise par 2 toutes les longueurs de cette boîte. Construire sur papier un patron de la boîte réduite.
- 3) Mesurer le volume de cette nouvelle boîte.

### 13 Niveau 2

- 1) Mesurer le volume de la boîte fournie.
- 2) Construire une réduction de rapport 0,7 de cette boîte.
- 3) Calculer le volume de cette nouvelle boîte.

### 13 Niveau 3

- 1) Mesurer le volume de la boîte fournie.
- 2) À l'occasion d'une promotion, on souhaite augmenter de 30% le volume de cette boîte en conservant ses proportions. Construire sur le papier fourni le patron de la boîte agrandie.

# CONTRÔLE A



**CALCULATRICE AUTORISÉE ; NOTÉ SUR 20 ; DURÉE  $\approx$  50min**

**Ex 01**

(4 points) Répondre aux questions suivantes par des phrases en justifiant avec des calculs.

- 1) On agrandit de rapport 5 un carré de  $8\text{cm}$  de côté. Quelle est la longueur du côté du carré obtenu ?
- 2) On réduit de rapport 0,2 un losange de  $7\text{cm}$  de côté. Quelle est la longueur du côté du losange obtenu ?
- 3) Un losange de  $12\text{cm}$  de côté est réduit en un losange de  $3\text{cm}$  de côté. Quel est le rapport de réduction ?
- 4) Un rectangle de  $3\text{cm}$  sur  $9\text{cm}$  est réduit en un rectangle de  $1\text{cm}$  sur  $3\text{cm}$ . Quel est le rapport de réduction ?

**Ex 02**

(6 points) Répondre aux questions suivantes par des phrases en justifiant avec des calculs.

- 1) On agrandit de rapport 3 une affiche. Par combien est multipliée son aire ?
- 2) On agrandit de rapport 10 les dimension d'un bassin. Par combien est multiplié son volume ?
- 3) On agrandit de rapport 2 un cube de  $4\text{cm}$  de côté. Quel est le volume du cube obtenu ? Justifier.
- 4) Un pavé droit de longueur  $6\text{ cm}$ , de largeur  $3\text{cm}$  et de hauteur  $4\text{cm}$  est réduit de rapport 0,2. Quel est le volume du solide obtenu ? Justifier.

**Ex 03**

(4 points) Sur le plan cadastral d'une commune, un terrain rectangulaire a pour dimensions  $8\text{ cm}$  sur  $5\text{ cm}$ . L'échelle du cadastre est  $1/2500$ . Quelle est l'aire, en mètres carrés, de ce terrain ?

**Ex 04**

(2 points) On lance deux dés et on additionne les nombres obtenus. Quelle est la probabilité que la somme soit supérieure ou égale à 7 ?

**Ex 05**

(3 points) Un sac opaque contient quatre jetons sur lesquels est inscrit une lettre. Deux jetons portent la lettre A. Un jeton porte la lettre B et le dernier jeton porte la lettre C. Les jetons sont indiscernables au toucher. On procède à l'expérience aléatoire suivante : ? on tire au hasard un jeton du sac et on note son numéro, ? on ne remet pas le jeton dans le sac, ? on tire à nouveau un jeton et on note son numéro. Calculer la probabilité pour que les deux jetons tirés portent des lettres identiques. Justifier.

**Ex 06**

Trouver le plus grand entier dont le carré est un diviseur de  $1\ 209\ 516$ .

# SÉANCE AP

**Ex 01** Compléter les quatre schémas suivants :

<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Longueur = 5 cm             </div>	Agrandissement de rapport 4 →	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Longueur ...             </div>		<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Longueur = ...             </div>	← Réduction de rapport 0.4	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Longueur 7 cm             </div>
<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Longueur = ...             </div>	Agrandissement de rapport ... → ← Réduction de rapport 0.6	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Longueur = 3 cm             </div>		<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Longueur = 5 cm             </div>	Agrandissement de rapport ... → ← Réduction de rapport ...	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Longueur = 4 cm             </div>

**Ex 02** Compléter les quatre schémas suivants :

<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Aire = 5 cm<sup>2</sup> </div>	Agrandissement de rapport 3 →	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Aire ...             </div>		<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Aire = ...             </div>	← Réduction de rapport 0.2	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Aire = 10 cm<sup>2</sup> </div>
<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Aire = 1 cm<sup>2</sup> </div>	Agrandissement de rapport ... → ← Réduction de rapport ...	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Aire = 25 cm<sup>2</sup> </div>		<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Aire = 10 cm<sup>2</sup> </div>	Agrandissement de rapport ... → ← Réduction de rapport ...	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Aire = 640 cm<sup>2</sup> </div>

**Ex 03** Compléter les quatre schémas suivants :

<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Volume = 5 cm<sup>3</sup> </div>	Agrandissement de rapport 2 →	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Volume ...             </div>		<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Volume = ...             </div>	← Réduction de rapport 0.2	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Volume 10 cm<sup>3</sup> </div>
<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Volume = 1 cm<sup>3</sup> </div>	Agrandissement de rapport ... → ← Réduction de rapport ...	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Volume = 27 cm<sup>3</sup> </div>		<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Volume = 2 cm<sup>3</sup> </div>	Agrandissement de rapport ... → ← Réduction de rapport ...	<div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">                 Volume = 128 cm<sup>3</sup> </div>



## I L'ÉNIGME DE DAN MEYER



L'énigme en vidéo :

